

René Thom fut l'un des grands mathématiciens du 20^e siècle, et l'un des plus originaux. Récompensé en 1958 par la médaille Fields pour la théorie du cobordisme, il a eu une profonde influence sur la topologie différentielle et la théorie des systèmes dynamiques ; il a été le créateur, et le principal moteur, de la théorie moderne des singularités, dont certains aspects ont été popularisés sous le vocable plus médiatique de théorie des catastrophes.

Je ne vais ici ni évoquer sa carrière, de l'Ecole Normale à l'IHES, ni énumérer ses résultats les plus importants, ce qui me conduirait à un exposé par trop technique, ni tenter de mesurer l'influence, considérable et quelquefois conflictuelle, qu'il a pu exercer au-delà de la communauté des mathématiciens. Je me contenterai d'essayer d'expliquer en quelques mots comment il a modifié notre façon de penser les mathématiques.

Le point de vue probabiliste, si important dans de nombreuses branches des mathématiques, mais peu en accord avec les préoccupations de Thom, me servira de point de départ. On sait aujourd'hui calculer plusieurs milliards de décimales du nombre π , mais la question de savoir si certains chiffres sont prépondérants, ou si la fréquence de chaque chiffre est la même, est totalement ouverte, et peut être indécidable. Il en est tout autrement si l'on remplace π par un nombre pris au hasard. On peut alors conclure presque sûrement que chaque chiffre apparaît avec la même fréquence $1/10$. C'est une conséquence immédiate d'un théorème fondamental de Birkhoff, contre partie dynamique de la célèbre loi des grands nombres. C'est ainsi qu'une question intractable pour un nombre individuel devient élémentaire si on exige seulement une réponse presque sûre. Le théorème de la limite centrale est un autre exemple de phénomène fondamental qui découle de ce point de vue presque sûr. Une des raisons de la puissance de l'approche probabiliste est la suivante : si l'on considère une liste infinie mais dénombrable de propriétés dont chacune est presque sûrement vérifiée, alors on peut conclure qu'elles le sont presque sûrement toutes à la fois.

Pour les objets géométriques auxquels Thom était tant attaché, le point de vue probabiliste est malheureusement peu opérant. La théorie du mouvement Brownien permet bien de munir l'espace des chemins dans le plan ou dans l'espace d'une mesure naturelle, mais alors presque sûrement une courbe n'a en aucun point de tangente, ce qui ne permet pas de faire beaucoup de géométrie. Il est donc crucial d'adopter une autre approche, plus topologique. On dira qu'une propriété est ouverte si elle est stable par perturbations suffisamment petites, dense si on peut la réaliser par des perturbations arbitrairement petites. Baire a montré que dans des espaces raisonnables, la conjonction d'une liste infinie (dénombrable) de propriétés, dont chacune est ouverte et dense, est elle-même dense ; on dit qu'une telle conjonction est une propriété générique. Les propriétés génériques jouent ainsi pour le topologue le rôle des propriétés presque sûres de l'analyste. Dans le monde des objets géométriques, la transversalité, ou mise en position générale, est la manifestation la plus fondamentale de généricité. D'intuition facile pour des courbes dans le plan, où elle signifie que les tangentes aux points d'intersection sont distinctes, ce concept s'est révélé dans les mains de Thom d'une puissance extraordinaire. Les espaces de jets sont en quelque sorte des approximations différentielles d'ordre supérieur de l'espace ambiant. C'est dans ces espaces que Thom a su déployer toute la richesse de la notion de transversalité, développant la théorie des singularités et son alter ego en systèmes dynamiques, la théorie des bifurcations. Les outils et notions qu'il a introduits, stratifications, déploiement universels, etc... font aujourd'hui partie de la trousse de tout géomètre. Le point de vue de Thom a guidé la théorie des systèmes dynamiques, tout au moins en Occident, dans les années 50 et 60, avec les travaux de Peixoto, puis de Smale, Palis et leurs élèves. Thom avait, à l'instar de son meilleur ennemi Arnold, des positions volontiers iconoclastes et provocatrices ; une prodigieuse

intuition géométrique lui permettait sans doute de négliger la rigueur qui sert de garde-fous aux esprits moins capables. Il aimait à citer, pour s'inscrire en contre, Rutherford : "Qualitative is but poorly quantitative" ("le qualitatif n'est que le quantitatif du pauvre") ; je dois avouer que j'incline plutôt quant à moi, du côté de Rutherford. Mais les idées de Thom ont façonné des branches entières des mathématiques et font partie aujourd'hui du patrimoine commun de tous les scientifiques.