

Jean-Christophe Yoccoz, qui nous a quittés le 3 septembre 2016, était né le 29 mai 1957. Le hasard des calendriers veut donc que le CNFHPST, dont il était membre depuis 2001, évoque sa mémoire le jour même où il aurait eu 61 ans. Karine Chemla et Étienne Ghys l'ont connu tous deux très tôt. Karine se lia d'amitié avec Jean-Christophe en 1974, alors qu'elle débutait ses études supérieures en classes préparatoires, et elle le côtoya quelques années comme collègue, lorsqu'elle s'engagea en théorie ergodique. Étienne fit la connaissance de Jean-Christophe à Rio de Janeiro, lorsqu'il lui passa la main comme coopérant, au terme d'un « service national actif » qui s'était déroulé à l'IMPA (à l'époque, Instituto de Matemática Pura e Aplicada).

Jean-Christophe Yoccoz manifesta très tôt des qualités scientifiques exceptionnelles, et sa carrière fut par suite sans surprise. Après avoir été chercheur au CNRS puis professeur à l'Université de Paris Sud à Orsay, il occupa la chaire d'équations différentielles et de systèmes dynamiques au Collège de France de 1996 à son décès. Chemin faisant, il avait obtenu la médaille Fields au congrès international des mathématiciens de 1994.

Étienne Ghys évoquera, dans un premier temps de cet éloge, les travaux de Yoccoz sur les systèmes dynamiques, qui en font un successeur de Newton, Laplace, Poincaré, Kolmogorov, Arnold et Moser. Ses recherches trouvent leurs motivations dans la mécanique céleste mais débordent largement ce cadre. Newton avait démontré que la trajectoire d'une planète attirée par le Soleil est une ellipse, une parabole, ou une hyperbole. En particulier, les trajectoires elliptiques sont stables. Laplace a étudié la situation plus complexe dans laquelle la planète est également soumise à des forces d'attraction en provenance des autres planètes du système solaire, bien plus petites que le Soleil. Ces forces perturbatrices pourraient-elles à la longue détruire la stabilité du système solaire ? Lorsqu'il n'y a pas de résonance, c'est-à-dire lorsque les rapports entre les périodes des diverses planètes sont irrationnels, Laplace remplace les perturbations par leur moyenne sur de longues périodes et montre que la stabilité persiste, peut-être pas pour l'éternité comme le voudrait le mathématicien, mais pour des périodes de temps très longues, ce qui satisfait le physicien. C'est le théorème de stabilité de Laplace. Pour aller plus loin, jusqu'à l'éternité, Poincaré a ramené le problème à l'analyse de certaines séries potentiellement divergentes. Ces séries présentent des dénominateurs de la forme $qx-p$ où x est un rapport de périodes et p, q sont des entiers. Si x est irrationnel, ces dénominateurs ne sont pas nuls mais peuvent être très petits : on parle de « petits dénominateurs », sources d'une possible divergence de la série et donc d'instabilité. Kolmogorov, Arnold et Moser ont montré la convergence de ces séries si les rapports de périodes sont « diophantiens », c'est-à-dire s'ils sont mal approchés par les rationnels. C'est le théorème KAM, garantissant une stabilité éternelle. Yoccoz fut l'un des meilleurs spécialistes de ces petits dénominateurs et a réussi à obtenir des théorèmes de stabilité dans cet esprit, d'une généralité étonnante et d'une puissance incroyable. Ces résultats se rencontrent dans une multitude de systèmes dynamiques, pas nécessairement reliés au mouvement des planètes. On peut citer en particulier ses théorèmes de linéarisation de difféomorphismes du cercle, allant bien au delà de son maître Herman. Les démonstrations sont de véritables tours de force et requièrent une expertise exceptionnelle en analyse.

Une deuxième facette de l'œuvre de J.-C. Yoccoz concerne la dynamique des polynômes d'une variable complexe. Il ne s'agit plus de décrire des trajectoires de planètes mais

celles d'un nombre complexe successivement transformé par un polynôme très simple, par exemple de degré 2. Là encore, les petits dénominateurs sont omniprésents. La théorie était en sommeil depuis les années 1920 et a connu une renaissance vers les années 80, en particulier grâce aux ordinateurs qui ont permis de visualiser les ensembles fractals. La compréhension globale de ces dynamiques se réduisait à la conjecture selon laquelle l'ensemble de Mandelbrot est localement connexe. Yoccoz n'a pas résolu cette conjecture mais s'en est tant approché que cela lui a valu la médaille Fields. Ses méthodes combinatoires sont impressionnantes.

Par la suite, il est revenu sur certaines idées de Poincaré qu'il admirait tant. En décrivant le comportement du problème des trois corps, Poincaré avait mis en évidence un phénomène illustrant la complication de la mécanique céleste. On parle aujourd'hui d'une dynamique de « fer à cheval », paradigme de la théorie du chaos. L'un des derniers articles de Yoccoz, en collaboration avec Palis, a permis de mieux comprendre la création d'un tel fer à cheval ainsi que ses bifurcations.

Yoccoz s'est intéressé à d'autres questions, toujours d'inspiration dynamique, mais d'origines bien différentes. Ses résultats concernant le flot de Teichmüller sont bien loin de l'astronomie puisqu'on étudie cette fois la trajectoire d'une courbe algébrique dans l'espace des modules de Riemann.

Yoccoz était avant tout un analyste, capable de mener de longs calculs avec une maîtrise extraordinaire. Ses rédactions sont d'une précision incroyable et son exigence de rigueur était proverbiale. Tout cela s'associait à une simplicité et une gentillesse que ni ses collègues, ni ses nombreux étudiants, ni ses amis n'oublieront.

Dans un second temps de cet éloge, Karine Chemla souhaite évoquer quelques activités autres de Jean-Christophe, qui le rapprochaient des objectifs du Comité National Français d'Histoire et de Philosophie des Sciences et des Techniques.

Étienne Ghys a conclu son exposé des contributions plus proprement mathématiques de Yoccoz, en soulignant les qualités humaines qui ont laissé un souvenir vif à ceux qu'il a côtoyés. Les témoignages en abondent dans le récent numéro spécial (avril 2018) que *La Gazette des mathématiciens* a consacré à ce mathématicien qui avait ceci d'unique qu'il alliait avec un naturel confondant une capacité intellectuelle d'exception à une simplicité presque ordinaire. Karine Chemla se souvient de Jean-Christophe Yoccoz, le jour où ses résultats au concours d'entrée à l'École Polytechnique furent affichés, et le voit encore répondre d'une ébauche de sourire au fonctionnaire qui lui déclarait solennellement : « vous êtes le premier candidat au concours à avoir dépassé le score de Henri Poincaré ». Une fois seulement, Karine Chemla le vit manifester une véritable joie professionnelle : ce fut le jour où il lui confia, sous le sceau du secret puisqu'il était tenu de garder le silence sur cette nouvelle, qu'il venait d'être admis dans les rangs de Bourbaki. Ni la médaille Fields, ni l'entrée au Collège de France ne lui arrachèrent une quelconque expression de fierté à l'endroit de ses proches. De fait, lorsque Jean-Christophe Yoccoz rencontra de nouveaux visages dans des cercles éloignés des mathématiques, à la question de savoir quelle était son activité professionnelle, Karine Chemla le vit régulièrement répondre qu'il était professeur au Collège, laissant l'ambiguïté planer sur la nature du collège en question.

Jean-Christophe Yoccoz acceptait, sans façon, d'écrire ou d'exposer ses réflexions sur les mathématiques et leur histoire pour des publics les plus divers. Ce qui frappe Karine Chemla, c'est la manière dont les qualités humaines et plus largement la personnalité de Jean-Christophe Yoccoz se manifestent dans ces textes et ces conférences. Le CNF en a eu un exemple étonnant, lorsqu'en 2004, peu après son entrée dans notre Comité, Jean-Christophe Yoccoz rédigea un éloge de René Thom, qui est disponible sur notre site. Une page lui suffit pour tirer de façon lumineuse la substance de l'apport de cet aîné et la mettre à la portée du plus grand nombre, avec une simplicité et une profondeur conceptuelles remarquables. De façon plus générale, ces deux traits caractérisent systématiquement les interventions de Jean-Christophe Yoccoz à l'intention d'auditoires et de lectorats variés, et Karine Chemla en recommande chaleureusement la lecture ou l'écoute.

L'éloge de René Thom laisse par ailleurs transparaître une bonne dose d'humour, lorsqu'il croque un parallèle entre Thom et celui auquel Jean-Christophe Yoccoz renvoie comme à « son meilleur ennemi », à savoir, le mathématicien soviétique Vladimir Arnold. Ces traits personnels, tout comme l'amour que Jean-Christophe Yoccoz nourrissait envers la littérature ou à l'égard de la nature affleurent partout dans ses textes à l'intention de plus vastes lectorats.

Là où d'aucuns insistaient sur le peu de cas que René Thom faisait de la rigueur (une attitude mathématique revendiquée de façon provocatrice et polémique par Thom et d'autres), Yoccoz introduit ce trait sous un jour qui en fait a contrario un révélateur des qualités mathématiques exceptionnelles du scientifique dont il fait l'éloge. La chute du texte dévoile la largeur d'esprit et l'absence de dogmatisme dont Jean-Christophe Yoccoz fait ainsi la preuve, puisqu'avec une concision saisissante, il y reconnaît avoir pour sa part opté pour une démarche mathématique opposée à celle dont il vient de louer la valeur. Étienne parlait de la proverbiale exigence de rigueur de Jean-Christophe Yoccoz : on perçoit dans son éloge l'immense modestie avec laquelle ce dernier revendique ce choix.

Karine a personnellement fait l'expérience de cette façon légère avec laquelle Jean-Christophe Yoccoz traitait la différence, lorsque ils eurent à donner en 1994, l'un après l'autre, deux exposés dans le contexte d'une Ecole thématique du CNRS consacrée à "Diffusion des mathématiques et valorisation de la recherche". Parlant la première, elle exposa par le menu détail les travers de l'anachronisme en histoire des mathématiques. Jean-Christophe, qui intervenait immédiatement après elle, avait prévu d'offrir une synthèse des *Arithmétiques* de Diophante. Il avait parfaitement saisi la différence entre leurs deux approches des textes anciens, et après l'avoir souligné avec un grand sourire en ouverture, il embraya avec sa propre lecture de Diophante.

Cette modestie, sur laquelle nous avons insisté, n'était en rien la marque d'un esprit qui manquerait de hardiesse. Dans un texte intitulé « Idées géométriques en systèmes dynamiques »¹, Jean-Christophe Yoccoz pose, sans polémique, des thèses en tout point contraires à celles que défendaient René Thom et d'autres, et l'on y découvre une pensée parfaitement ferme. Il affirme ainsi : « En guise de préambule, je voudrais dire ma conviction qu'il existe un univers mathématique d'une part, un univers physique de l'autre ; que l'univers mathématique est tout à fait cohérent et que l'on essaye d'en

¹ A. Dahan et al, *Chaos et systèmes dynamiques*, Paris, Editions du Seuil, 1992, p. 19-40.

utiliser des parties afin de décrire l'univers physique. Le fait de savoir si le modèle mathématique rend compte de l'univers physique ne me semble pas être un problème mathématique, et je n'en parlerai donc pas. Disons que, d'un point de vue mathématique, il n'y a pas de contradiction entre un point de vue déterministe et un point de vue probabiliste. *Ce que l'on appelle communément hasard est modélisé en mathématique par la théorie des probabilités; cette approche vaut ce qu'elle vaut, mais il n'y a pas à proprement parler de notion de hasard en mathématiques.* »²

Karine ne saurait achever cet éloge sans évoquer deux autres Jean-Christophe.

Elle pense, pour une part, au Jean-Christophe Yoccoz qui succéda à Jean-Pierre Kahane à la présidence de la CREM (Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques), et, dans sa contribution au numéro spécial de *La Gazette*, notre ancien président, lui aussi récemment disparu, décrit la passion et l'engagement avec lesquels Jean-Christophe Yoccoz travailla pour défendre un enseignement des mathématiques de qualité et infléchir des politiques publiques nocives à ses yeux en la matière.³

Karine a par ailleurs en tête le Jean-Christophe qui s'attela à l'édition des publications de mathématiciens dont les recherches lui paraissaient de la plus haute importance. Son maître Michel Herman, lui aussi trop tôt disparu, avait laissé des travaux à l'état de manuscrits, et Jean-Christophe Yoccoz accepta la lourde tâche d'exécuteur testamentaire scientifique. On trouvera les premiers résultats de ce travail d'édition ici (https://www.college-de-france.fr/site/jean-christophe-yoccoz/archives_michel_herman.htm). L'ouvrage qui doit découler de cette activité éditoriale est sous presse, sous la forme d'un volume copieusement annoté et introduit par Jean-Christophe Yoccoz.

Nous perdons avec lui un membre précieux, un ami et un scientifique de premier rang.

Karine Chemla et Etienne Ghys

Mai 2018

² Cette déclaration est à la page 19, et les italiques sont de l'auteur.

³ Jean-Pierre Kahane, « Jean-Christophe Yoccoz et la diffusion des mathématiques », *La Gazette des mathématiciens*, numéro spécial *Jean-Christophe Yoccoz*, 2018, p. 71-72.